



Arvoisat Matemaattisten aineiden opettajien liiton MAOL ry:n liittokokouksen edustajat,

Ylioppilastutkintolautakunnan matematiikan jaokselle on saatettu tietoon MAOL ry:n liittokokouksen vetoamus matemaattisten aineiden sähköisten ylioppilaskokeiden työkaluista. Vetoamuksessa toivotaan matemaattisten työkalujen saamista välittömästi käyttöön ylioppilastutkintolautakunnan julkaisemaan Abitti-kurssikoejärjestelmään, jolla lukiolaiset voivat valmistautua sähköisiin ylioppilaskirjoituksiin. Matematiikan osalta todetaan, että Abitissa pitäisi voida harjoitella kokeen A-osaa ja että järjestelmässä ei ole matemaattisten kaavojen editorityökalua. Vetoamuksen pääviesti on, että näiden ominaisuuksien puuttuminen vaarantaa opiskelijoiden mahdollisuuden harjoitella ylioppilaskoetta varten, mikä voi haitata heidän mahdollisuuttaan hyödyntää lukio-osaamistaan jatko-opintoihin hakeutuessaan.

Ylioppilastutkintolautakunnan matematiikan jaos kiittää MAOL:n liittokokousta näiden asioiden tuomisesta keskusteluun. Jo tätä ennen olemme keskustelleet samoista teemoista MAOL:n puheenjohtajan Leena Mannilan aloitteesta. Pidämme yhdistyksenne sekä julkista että epämuodollista vuorovaikutusta erittäin tärkeänä ja hyödyllisenä. Vain yhdessä matemaattisten aineiden opettajien kanssa voimme onnistua yhdessä suurimmista ylioppilastutkintoa koskevista muutoksista. Seuraavassa avaamme omia näkökulmiamme matematiikan kokeen sähköistämiseen ja pyrimme vastaamaan vetoamuksessa esiintuotuihin seikkoihin.

Tausta

Pääministeri Jyrki Kataisen kesän 2011 neuvotteluissa aikaansaamassa hallitusohjelmassa päätettiin, että tieto- ja viestintäteknikan käyttöönottoa ylioppilaskirjoituksissa valmistellaan asteittain. Päätös perustui vuonna 2010 työnsä päättäneen lukion kehittämistä pohtineen työryhmän ehdotukseen. Taustalla oli jo vuoden 2003 lukion opetussuunnitelmien tavoite, että lukiokoulutuksessa huomioitaisiin tieto- ja viestintäteknikan monipuoliset käytötaidot. Käytännössä näitä taitoja ei ole voinut arvioida ylioppilastutkinnossa. Ylioppilastutkintolautakunta päätti tämän pohjalta yleiskokouksessaan 3.5.2013 ylioppilastutkinnon sähköistämisen aikataulusta. Nyt syksyllä 2016 asteittainen ylioppilastutkinnon sähköistäminen on edennyt siihen pisteeseen, että ensimmäiset sähköiset kokeet suoritettiin maantieteessä, saksassa ja filosofiassa. Viimeisenä kokeena keväällä 2019 sähköistyy matematiikan koe.



Matematiikan ylioppilaskokeen muutokset eivät johdu vain koejärjestelmän sähköistämistä, vaan suurimman tarpeen kehittämiseksi luovat Opetushallituksen uudet lukion opetussuunnitelman perusteet. Vuoden 2015 lukion opetussuunnitelman perusteet korostavat entisestään tieto- ja viestintätekniisiin taitoihin liittyviä tavoitteita myös matematiikassa. Ylioppilastutkinnon lakisääteinen tehtävä on selvittää, ovatko opiskelijat omaksuneet lukion opetussuunnitelman mukaiset tiedot ja taidot sekä saavuttaneet lukiokoulutuksen tavoitteiden mukaisen riittävän kypsyys.

Uusi opetussuunnitelma on tekniikan soveltamisen osalta matematiikassa kunnianhimoinen. Pitkän oppimäärän tavoitteiden mukaan kokelaiden tulisi osata käyttää teknisiä apuvälineitä (1) funktion kuvaajan ja lukujonojen tutkimisessa, (2) lukujonoihin liittyvien sovellusongelmien ratkaisussa, (3) polynomifunktion tutkimisessa ja polynomiyhtälöihin ja polynomiepäyhtälöihin sekä polynomifunktioihin liittyvien sovellusongelmien ratkaisussa, (4) kuvioiden ja kappaleiden tutkimisessa ja geometriaan liittyvien sovellusongelmien ratkaisussa, (5) vektoreiden tutkimisessa, (6) suoriin ja tasoihin liittyvien sovellusongelmien ratkaisussa, (7) pistejoukon yhtälön tutkimisessa, (8) yhtälöiden, yhtälöryhmien, itseisarvoyhtälöiden ja epäyhtälöiden ratkaisemisessa sovellusongelmissa, (9) raja-arvon, jatkuvuuden ja derivaatan tutkimisessa ja rationaaliyhtälöiden ja -epäyhtälöiden ratkaisemisessa, (10) polynomi- ja rationaalifunktion derivaatan määrittämisessä sovellusongelmissa, (11) trigonometrinen funktioiden tutkimisessa ja trigonometrinen yhtälöiden ratkaisemisessa ja trigonometrinen funktioiden derivaattojen määrittämisessä sovellusongelmissa, (12) juuri-, eksponentti- ja logaritmfunktioiden tutkimisessa ja juuri-, eksponentti- ja logaritmiyhtälöiden ratkaisemisessa, (13) juuri-, eksponentti- ja logaritmfunktion derivaattojen määrittämisessä sovellusongelmissa, (14) funktion ominaisuuksien tutkimisessa ja integraalifunktion määrittämisessä, (15) määrätyn integraalin laskemisessa sovellusongelmissa, (16) digitaalisessa muodossa olevan datan hakemisessa, käsittelyssä ja tutkimisessa, (17) jakaumien tunnuslukujen määrittämisessä ja todennäköisyyksien laskemisessa annetun jakauman ja parametrien avulla, (18) lukujen ominaisuuksien tutkimisessa, (19) algoritmien tutkimisessa ja laskutoimituksissa, (20) funktion ominaisuuksien tutkimisessa ja derivaatan laskemisessa annetun muuttujan suhteen sekä epäoleellisten integraalien, lukujonon raja-arvon ja sarjan summan laskemisessa sovellustehtävissä.

On selvää, että kaikkia näitä kahtakymmentä tavoitetta ei voida arvioida yhdessä kokeessa. Sähköistäminen kuitenkin tekee näiden tavoitteiden saavuttamisen arvioinnin mahdolliseksi. Välineiden, joilla näitä tavoitteita toteutetaan lukioissa, tulisi olla käytössä ylioppilastutkinnossa - ei niin, että ylioppilastutkinto ohjaa lukiossa käytettäviä välineitä. Tämän vuoksi koeympäristöstä löytyy mm. neljä eri symbolisen laskennan ohjelmaa. Pyydämme ilmoitta-



maan ylioppilastutkintolautakuntaan, mikäli jokin käytössä hyväksi havaittu ohjelma puuttuu koejärjestelmästä, niin selvitämme sen lisäämisen mahdollisuutta.

Muutokset ylioppilaskokeeseen

Suurin muutos sähköisessä ylioppilastutkinnossa on, että kokelaiden on pystyttävä ilmaiseen vastauksensa tietokoneen avulla. Kirjallisen ilmaisun muuttuminen digitaaliseksi on suuri muutos, koska ylioppilaskoe mittaa kokelaan osaamista juuri kirjallisen ilmaisun kautta. Sinänsä kirjallisen ilmaisun sähköistyminen on arkipäivää kaikkialla yhteiskunnassa, ja harvoin ihminen joutuu tilanteeseen, jossa hänen pitäisi käsin tuottaa pidempää tekstiä muiden luettavaksi ja arvioitavaksi. Matematiikan ja luonnontieteiden haasteena on matemaattinen notaatio, jonka latominen on huomattavasti haastavampaa kuin proosallisen tekstin. Haasteena on myös kuvien piirtäminen, mikä usein on matemaattisen ajattelun esittämisessä olennaista.

Ongelmaan ei ole yhtä yksinkertaista ratkaisua. Tieteelliset julkaisut ja esitykset on totuttu toteuttamaan LaTeX-ladontajärjestelmällä, mutta verkkokeskusteluissa ja lukion sähköisellä oppimisolustalla matemaattisen keskustelun käymiseen käytetään ehkä muita ratkaisuja. Meidän tavoitteena on järjestelmä, joka sisältää ohjelmistoja, joilla voi kohtuullisen helposti ladata matemaattista notaatiota. Emme kuitenkaan halua, että koejärjestelmä sisältää sellaista omaa notaatioeditoria, johon kokelaat eivät koskaan törmää ylioppilaskirjoitusten ulkopuolella. Matematiikan oppimisessa tulisi käyttää sellaisia välineitä, joiden hallitsemisesta olisi jatkossa hyötyä lukion ulkopuolellakin. Haluamme myös, että järjestelmä sisältää tarpeeksi suuren kattauksen esimerkiksi laskinohjelmistoja, jotta opettajilla säilyy pedagoginen vapaus hyödyntää opetuksessaan parhaaksi kokemiaan välineitä.

Tällä hetkellä koejärjestelmä sisältää matematiikassa hyödylliset ohjelmat: LibreOffice (tekstinkäsittely, kaavaeditori, taulukkolaskenta, esitysgrafiikka, vektorigrafiikka), GIMP (kuvankäsittely), Pinta (kuvankäsittely), InkScape (vektorigrafiikka), Dia (vektorigrafiikka), wxMaxima (symbolinen laskenta), Texas Instruments TI-Nspire CAS (mm. symbolinen laskenta), Casio ClassPad Manager (mm. symbolinen laskenta) ja Geogebra (mm. symbolinen laskenta). Ylioppilastutkintolautakunnalla ei ole Otavan kanssa voimassaolevaa lisenssisopimusta MAOL-digitaulukoiden jakamisesta Abitti-ympäristössä, vaikka taulukot ovat käytössä varsinaisessa ylioppilaskokeessa. Keskusteluja aiheen tiimoilta jatketaan ratkaisun löytämiseksi.

Ylioppilastutkintolautakunta on aiemmin päättänyt, että ylioppilastutkinnon sähköisissä matematiikan kokeissa on mahdollista käyttää erillistä laskinta ja painettua taulukkoaineis-



toa syksyn 2020 kokeeseen saakka. Tämän kokeen jälkeen kokeessa käytetään vain sähköisessä koeympäristössä olevia apuvälineitä ja materiaaleja. Päätöksellään lautakunta haluaa yhtenäistää koejärjestelyitä, vähentää työvaiheita kokeen aikana ja vähentää lukioiden työtaakkaa, jota erillisten apuvälineiden tarkistaminen aiheuttaa.

Piirtämisen ja vastausten hahmottelun kannalta on muistettava, että kokelaat saavat jatkosakin käyttää luonnospaperia työskentelynsä tukena. On myös pohdittu, että pitäisikö erilliset piirtoalustat sallia kokeessa, mutta jaoksen kanta on tällä hetkellä, ettei koejärjestelyitä haluta kuormittaa ylimääräisillä lisälaitteilla, jotka myös saattaisivat asettaa kokelaat eriarvoiseen asemaan.

Toinen merkittävä muutos matematiikan ylioppilaskokeeseen koskee mahdollisuutta kehittää ylioppilaskoetehtäviä. Matematiikan kokeeseen on jo saanut tuoda oikean ohjelmoitavan tietokoneen, CAS-laskimen, kevään 2012 laskinohjeudistuksen myötä. Tämän kalliin apuvälineen hyödyntämistä arvioinnissa on rajoittanut kuitenkin se, ettei kaikilla kokelailla ole ollut mahdollisuutta saada sitä käyttöönsä. Koetehtäviä laatiessaan matematiikan jaos on tähän mennessä pyrkinyt siihen, ettei kokelas, jolla on CAS-tietokone mukanaan, saisi siitä kohtuutonta hyötyä verrattuna kokelaaseen, joka suorittaa tutkintoa ilman teknistä apuvälinettä. Sähköisiin kokeisiin siirryttäessä kokeen tekijät voivat olettaa, että kaikilla kokelailla on käytössään ohjelmistot, joilla esimerkiksi pystytään käsittelemään funktioita, joiden arvojen laskeminen käsin ei olisi mielekäästä.

Toinen CAS-laskimiin liittyvä ongelma on, että niiden käytöstä ei ole jäänyt jälkeä koesuoritukseen. Kokelas on voinut ilmoittaa saaneensa koevastauksessa hyödyntämänsä tuloksen laskimella, mutta sen todentaminen nykyisellään ei ole ollut mahdollista. Sähköisessä järjestelmässä voidaan esimerkiksi edellyttää, että laskinohjelman käytöstä on olemassa ruutu-kaappaukset vastauksen yhteydessä.

A-osa

Kaksiosaisesta matematiikan kokeesta päättämisen yhteydessä ylioppilastutkintolautakunta päätti myös, että sähköinen koe on kaksiosainen. Nykyisessä, kaksiosaisessa paperisessa matematiikan kokeessa laskinta ei saa käyttää A-osassa, mistä johtuen sitä usein kutsutaan "laskimettomaksi osioksi". Vasta kun kokelas palauttaa A-osan tehtävävihkonsa ja mahdolliset erilliset vastausarkit, hän saa symboliseen laskentaan kykenevän laskimen käyttöönsä B-osiota varten.



Nykyiseen kaksiosaiseen matematiikan kokeeseen päädyttiin, kun kokeeseen sallittiin apuvälineiksi myös symboliset laskimet. Osaamisen arvioinnin näkökulmasta yksinkertaisia laskutoimituksia tai joidenkin trigonometrinen funktioiden arvoja laskevat laskimet olisivat voineet olla sallittuja myös A-osassa. Tämän seurauksena paperikokeessa olisi pitänyt sallia kaksi erillistä laskinta: peruslaskin A-osaa ja symbolinen laskin B-osaa varten. Sähköistämisen myötä kokeen apuvälineiden määrittely voidaan tehdä entistä joustavammin ja tarkoituksenmukaisemmin.

Käytännössä täysin laskimettoman osion toteuttaminen sähköisessä ylioppilaskokeessa olisi hyvin hankalaa. Tietokone on itsessään nimenomaan hyvin tehokas laskin, ja kaikkien takaporttien estäminen laskintoiminnallisuuksia muokkaamalla ja mahdollisia vilppitapauksia valvomalla ei ole mielekästä. Selaimen käyttöä laskimena voi kokeilla menemällä selaimessa konsoliin (F12 → Console) ja kirjoittamalla esimerkiksi `Math.cos(90)`. Tietokoneesta löytyy lukemattomia muitakin tapoja laskea matematiikkaa.

Ylioppilastutkintolautakunnan matematiikan jaos on päättänyt suuntalinjoista koskien sähköisen matematiikan kokeen A-osan apuvälineitä. Jaos on päättänyt siihen, että sähköinen A-osa ei tule olemaan täysin laskimeton, vaan siinä rajoitetaan tiettyjen laskinohjelmien käyttöä. Tällä hetkellä nämä A-osasta poistettavat ohjelmat tulevat olemaan:

- wxMaxima (laskinohjelma),
- LibreOffice Calc (taulukkolaskenta),
- Texas Instruments TI-Nspire CAS (laskinohjelma),
- Casio ClassPad Manager (laskinohjelma) ja
- Geogebra (laskinohjelma).

Tätä listaa tarkennetaan esimerkiksi kun koejärjestelmään lisätään uusia ohjelma tai mikäli nykyisten ohjelmien toimintoihin tulee muutoksia versiopäivityksien yhteydessä. Esimerkiksi DigabiOS:n hyödyntämän Linux-jakelu Debianin mukana tuleva KCalc-laskinohjelma ei kykene symboliseen laskentaan ja on kokelaiden käytössä myös A-osan aikana. Tämän ratkaisun myötä toivotaan, ettei syntyisi tilannetta, että opettajat kokisivat tarpeelliseksi ruveta esimerkiksi esittelemään opiskelijoilleen yllä olevan kaltaista selaimen konsolin käyttöä.

Tällä hetkellä Abitista puuttuu toiminto, jolla kaksiosaista matematiikan ylioppilaskoetta päästään harjoittelemaan lukioissa. Toiminnon avulla kokeen laatija voisi estää A-osasta poistettujen ohjelmistojen käytön. Käytännössä samaan lopputulokseen voidaan päästä esim. jakamalla yksi koe kahdeksi erilliseksi kokeeksi A- ja B-osan tapaan. Opiskelija suorit-



taa ensin A-osan ja siirtyä sitten B-osaan. Symbolisten laskinohjelmien käyttökieltoa voi valvoa perinteisin menetelmin seuraamalla kokelaiden työskentelyä tilan takaosasta. Valvojan kone näyttää sen kokeen osan, jossa kukin opiskelija kulloinkin työskentelee.

Lopuksi

Matematiikan ylioppilastutkintokoetta pyritään kehittämään niin pienin askelin, että kokeilijat ja heidän opettajansa voivat yhdenvertaisesti valmistautua sähköisiin kokeisiin. Väistämättä kokeen sähköistäminen tuo uusia vaatimuksia kokelaiden tietoteknisille taidoille. Niitä edellyttää myös uusi opetussuunnitelma.

Opettajat voivat nyt jo perehdyttää opiskelijoitaan sähköiseen ylioppilastutkintoon teettämällä sähköisiä kurssikokeita ylioppilastutkintolautakunnan ylläpitämässä Abittikurssikoejärjestelmässä. Ylioppilastutkintolautakunta on myös pyytänyt joitakin matematiikan opettajia laatimaan MAY1-kurssille Abitti-järjestelmällä esimerkkikokeita, joita muut opettajat voivat vapaasti hyödyntää. Kokeet löytyvät osoitteesta <https://digabi.fi/2016/11/matematiikan-kurssikokeita-ja-ehdotuksia-kaavaeditoreiksi/>. Samalla lautakunta pyytää myös ideoita kaavaeditoreista, joita koejärjestelmän tulisi sisältää.

Ylioppilastutkinnon sähköistäminen ei muuta matematiikkaa tai sen ymmärtämistä. Matematiikka on jatkossakin yksi ihmismielen hienoimmista saavutuksista, jota lukuisat sukupolvet ennen meitä ovat kehittäneet ja jonka kehittäminen jatkuu ympäri maailmaa toimivissa matemaatikoiden yhteisöissä. Tämän matemaatikoiden kehittämisen ajatusrakennelman ymmärtäminen on matematiikan oppimisen keskeinen haaste. Matematiikan opettamiseen tarvitaan kaikkia mahdollisia apuvälineitä tämän haasteen voittamisessa: liitutauluja, ruutupaperia, seinien piirtämistä, harppeja, viivoittimia, laskimia ja tietokoneita muutamia apuvälineitä mainitaksemme. Ylioppilaskokeen sähköistämisen edetään matematiikka edellä, eikä lähdetä käyttämään ohjelmia vain sen takia, että niitä on saatavilla. Ennen kaikkea ylioppilaskoe muuttuu, koska lukion opetussuunnitelman perusteet muuttuvat.

Yhteistyöterveisin,

*Peter Hästö, professori
Matematiikan jaoksen puheenjohtaja*

*Hanna-Leena Merenti-Välimäki, yliopettaja
Matematiikan jaoksen varapuheenjohtaja*

*Juha Oikkonen, professori
Matematiikan jaoksen jäsen*

*Thomas Vikberg, erityisasiantuntija
Ylioppilastutkintolautakunnan kanslia*