



MATEMATIIKAN KOE, LYHYT OPPIMÄÄRÄ 24.9.2019 HYVÄN VASTAUKSEN PIIRTEITÄ

Lopullisista hyvän vastauksen piirteistä ilmenevät perusteet, joiden mukaan koesuorituksen lopullinen arvostelu on suoritettu. Tieto siitä, miten arvosteluperusteita on sovellettu kokelaan koesuoritukseen, muodostuu kokelaan koesuorituksestaan saamista pisteistä, lopullisista hyvän vastauksen piirteistä ja lautakunnan määräyksissä ja ohjeissa annetuista arvostelua koskevista määräyksistä. Lopulliset hyvän vastauksen piirteet eivät välttämättä sisällä ja kuvaa tehtävien kaikkia hyväksytyjä vastausvaihtoehtoja tai hyväksytyyn vastauksen kaikkia hyväksytyjä yksityiskohtia. Koesuorituksessa mahdollisesti olevat arvostelumerkinnät katsotaan muistiinpanoluonteisiksi, eivätkä ne tai niiden puuttuminen näin ollen suoraan kerro arvosteluperusteiden soveltamisesta koesuoritukseen.

Hyvästä suorituksesta näkyy, miten vastaukseen on päädytty. Ratkaisussa on oltava tarvittavat laskut tai muut riittävät perustelut sekä lopputulos. Arvioinnissa kiinnitetään huomiota kokonaisuuteen, ja ratkaisu pyritään arvioimaan kolmiosaisesti: alku, välivaiheet ja lopputulos. Laskuvirheet, jotka eivät olennaisesti muuta tehtävän luonnetta, eivät alenna pistemäärää merkittävästi. Sen sijaan tehtävän luonnetta muuttavat lasku- ja mallinnusvirheet saattavat alentaa pistemäärää huomattavasti.

Laskin on kokeen apuväline, jonka rooli arvioidaan tehtäväkohtaisesti. Jos ratkaisussa on käytetty symbolista laskinta, sen on käytävä ilmi suorituksesta. Analysointia vaativien tehtävien ratkaisemisessa pelkkä laskimella saatu vastaus ei riitä ilman muita perusteluja. Sen sijaan laskimesta saatu tulos yleensä riittää rutiinitehtävissä ja laajempien tehtävien rutiiniosissa. Tällaisia ovat esimerkiksi lausekkeiden muokkaaminen, yhtälöiden ratkaiseminen sekä funktioiden derivointi ja integrointi.

Miten pisteytysohjeita luetaan

- Ne kohdat, joissa pitää olla tehty oikea asia oikealle objektille, on merkitty **tällä värillä**. Tällöin ratkaisussa pitää siis olla sama luku/lauseke/tms. Tällä merkinnällä ei ole vaikutusta muoto-seikkoihin ja sieventämiseen tai tarkkuuteen, vaan niihin pätee samat säännöt kuin muutenkin. Muissa kohdissa pisteet saa myös, kun tekee oikean asian oikein, mahdollisesti virheelliselle, mutta oikean tyyppiselle objektille (esim. aiempi virhe siirtyy eteenpäin).
- Rivin useat pisteet on erotettu /-merkillä. Epäselvissä tapauksissa on suluissa eritelty, mistä osasta saa mitään pisteitä.
- Erittelyä ei ole, jos rivillä on saman verran laskuja kuin pisteitä, tällöin yksi piste laskua kohden.
- Jos rivillä on yksi lasku ja siihen liittyvä sanallinen perustelu, niin puolet pisteistä (pyöristettynä ylös) saa laskusta ja loput perusteluista.
- Jos rivillä on vain yksi lasku tai kaava ja useampi piste, saa osapisteitä riittävän hyvästä yrittämisestä (esim. derivaatan laskeminen osittain oikein).
- Rivillä suluissa oleva lasku tai perustelu on lisätietoa, eikä sitä vaadita.

Seuraavat vähennykset ovat tehtäväkohtaiseen pisteohjeeseen toissijaisia. Yhteen kohtaan voi soveltaa useaa vähennystä, mutta ansaittuja pisteitä ei voi menettää.

- Vastaus oikein, muttei pyydytyssä muodossa (esim. tarkkuus, yksikkö) -1 p.
- Vastaus sieventämättä loppuun asti sievennystehtävässä (esim. e^1 , $\ln(e)$ tai 4^0) -2 p.
- Vastaus sieventämättä muussa tehtävässä (esim. e^1 , $\ln(e)$ tai 4^0) -1 p.
- Ilmeiset näppäilyvirheet esityksessä (esim. $x = 2$, $y04$), tai näppäilyvirheet, jotka korjataan heti seuraavalla rivillä -0 p.
- Vastauksessa kopiointivirhe -1 p.
- Välipyöristyksessä ei yhtä enemmän merkitseviä numeroita kuin vastauksessa -1 p.

Seuraavat vähennykset ovat tehtäväkohtaiseen pisteohjeeseen toissijaisia. Yhteen kohtaan voi soveltaa useaa vähennystä, mutta kutakin korkeintaan kerran.

- Matemaattisesti puutteellinen merkintä (esim. puuttuvat sulut, mutta laskettu oikein; =-merkin ketjutus, m^2 ilman m). Huom.! Tilanteesta riippuen epästandardi merkintä voidaan hyväksyä selitettynä. -1 p.
- Ratkaisusta puuttuu oleellisia selityksiä (lukija joutuu arvaamaan, mitä ratkaisussa esiintyvät luvut tarkoittavat) TAI perustelut ja johtopäätökset on esitetty täysin irrallisina (lukija joutuu yhdistelemään eri puolilla ratkaisua olevia lauseita) -1 p.
- Ratkaisussa merkittävästi ylimääräistä tekstiä/laskuja (lukija joutuu päättelemään, miten annetuista tiedoista muodostuu ratkaisu) -1 p.

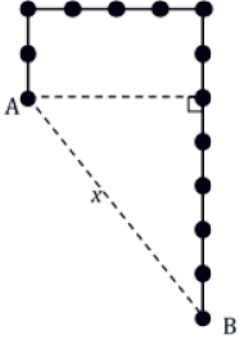
Tehtäväkohtaiset ohjeet

A-osa

1.	a_n - geometrinen	2
	b_n - ei kumpaakaan	2
	c_n - geometrinen	2
	d_n - kumpikin	2
	e_n - ei kumpaakaan	2
	f_n - aritmeettinen	2
2.	Kohdan 2.1 vastaus: $a^2 + b^2 = c^2$	1
	Kohdan 2.2 vastaus: 8	1
	selvästi ylipitkä (sisältää laskuja/tekstiä)	0
	Kohdan 2.3 vastaus: $\tan \alpha = \frac{a}{b}$ TAI $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$	1
	Kohdan 2.4 vastaus: 45	1
	Kohdan 2.5 vastaus: $\tan \alpha = \frac{a}{b}$	1
	Kohdan 2.6 vastaus: 56	1
	Ei asteen tarkkuudella	0
	Kohdan 2.7 vastaus: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$	1
	Kohdan 2.8 vastaus: 30	1
	Kohdan 2.9 vastaus: $\sin \alpha = \frac{a}{c}$	1
	Kohdan 2.10 vastaus: 10	1
	Kohdan 2.11 vastaus: $\cos \alpha = \frac{b}{c}$	1
	Kohdan 2.12 vastaus: 54	1
	Ei asteen tarkkuudella	0
	Yksikkö	-0
	Tällä kertaa ylipitkästä ratkaisusta vähennettiin pisteitä poikkeuksellisesti vain 2.2-kohdassa.	
3.	$y = x + 3$ / perustelut (kulmakerroin+piste tai 2 pistettä)	2+1
	Jos edellisellä rivillä puuttuu $y =$, x -kerroin tai vakio on väärin, niin jokaisesta	-1
	Sijoittamalla paraabelin yhtälöön ($y = 4x^2$) TAI yhtälöpari $\{y = x + 3, y = 4x^2\}$ / $x + 3 = 4x^2$.	1+1
	Ratkaistaan $4x^2 - x - 3 = 0$:	1
	$x = \frac{1}{2 \cdot 4}(1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 4 \cdot (-3)})$ / valitaan - merkki / $x = -\frac{3}{4}$	(2+1)+1
	$y = \frac{9}{4}$ / leikkauspiste on $(-\frac{3}{4}, \frac{9}{4})$ TAI $(-0,75; 2,25)$	1+1
	Vastaus sieventämättä	-1

4.	Laskettu Alman tapauksessa, että tulee 319 TAI jokin toinen esimerkki ali 100-vuotiaasta • Laskettu yksi esimerkki yli 100-vuotiaasta Sanallinen johtopäätös (että tulos on muotoa $100x + y$) ja siten toimii vain alle 100-vuotiaille • Tarkasteltu esimerkeissä tai algebrallisesti erikseen tapauksia, joissa syntymäpäivä on jo ollut ja että syntymäpäivä ei ole vielä ollut <i>Algebrallinen perustelu</i> Merkitään alkuperäistä valittua lukua muuttujalla x ja henkilön ikää muuttujalla y . Muodostetaan algebrallinen lauseke eri kohtien ohjeiden mukaisesti: (b) $2x$ (c) $2x + 5$ (d) $100x + 250$ (e) $100x + 2018 + j$, missä j on 0 (tapaus ii) tai 1 (tapaus i). Syntymävuosi riippuu iästä y ja siitä, onko tänä vuonna jo ollut syntymäpäivä. Syntymävuosi on $2018 - y + j$. Tapausten i ja ii tarkastelun voi tehdä myös ilman ” j ”-muuttujaa. (f) $100x + y$ (tästä jatkuu yllä mainittuun sanalliseen perusteluun)	(2) (2) 2 1 (1) (1) 1 1 1
	Algebrallinen päättely ilman sen tarkastelua, onko syntymäpäivä ollut vai tulossa Jos on laskenut kohtien (a)–(d) tulokset kaikilla luvun valinnoilla (350, 450, ..., 1150), näistä kohdista (Huom.! Voi olla osa myös täydellistä ratkaisua, jolloin täydet pisteet.)	max 10 1

B1-osa

5.	<p>Puoliintumisaika T kertoo, kuinka kauan kestää, että puolet akun alkuperäisestä varauksesta on jäljellä TAI $50C$ TAI $\frac{1}{2}a$ Se saadaan kaavasta $a \cdot q^T = \frac{1}{2}a$. $(0,877)^T = 0,5$ TAI $100(0,877)^T = 50$ $T = 5,28119 \dots$ $\approx 5,3$ (tuntia) (tai 5 tuntia ja 17 minuuttia). $100(0,877)^T = 0,5$ kaavasta ja sen ratkaisusta $(0,88)^T = 0,5$ TAI $(0,8777)^T = 0,5$ Käytetty kaavaa $aq^T = \frac{1}{2}aq$, ilman että T:stä on vähennetty 1 lopuksi Ensimmäiset 2+2 pistettä ja viimeiset 2 p voi saada kuvaajalla (kuvaaja $y = aq^T$ voi korvata yhtälön) Taulukointi (pelkästään kokonaisluvuilla, loppuu lukuun 5) Taulukointi (pelkästään kokonaisluvuilla, 5 ja 6 mukana) Taulukointi (täsmällisesti perustellen, eli mukana ainakin kohdat 4,5 ja 5,5 sekä monotonisuus)</p>	<p>(2) (2) 4 (2) 2 0 max 10 max 8 max 4 max 6 max 12</p>
6.	<p>Kuva, esimerkiksi</p>  <p>Kolmen janan murtoviiva (ei kaikki samalla suoralla) • Merkitty pisteet A ja B oikein Jokainen käänнос on oikealle, ja näyttää noin 90 asteelta Ensimmäinen ja kolmas sivu yhdensuuntaiset Koukku-muoto Janat oikean pituisia TAI suunnilleen oikeanmittaiset, ja pituudet ilmoitettu lukuina</p> <p>Täydennetty suorakulmainen kolmio tai selitetty se sanallisesti Saatut kateettien pituuksiksi 4 ja 5 Sijoitettu luvut Pythagoraan lauseeseen $\sqrt{25 + 16} = 6,403 \dots \approx 6,4$ (m).</p> <p>TAI</p> <p>annettu jotkin (myös väärät) koordinaatit pisteille A ja B koordinaatit pisteille A ja B näkyvissä, x- ja y-erotukset oikein (ei välttämättä näkyvissä) laskut (TAI käytetty käsky näkyy) ja tulos 6,4</p> <p>6.1.-kohdan pisteet väärin (tehtävän luonne ei muutu) Pelkkä vastaus</p>	<p>1 1 1 1 1 1 1 1+1 1 1+1 1 1+1 2+1 max 4 0</p>

7.	B-osakeen hinta $3e$ /oikean välityspalkkion jälkeen $(996e)/332$ B-osaketta	3
	B-osakeen hinta $2,5e$ /oikean välityspalkkion jälkeen $(822e)/C$ hinta $6e$ / joten 137 C-osaketta	4
	C-osakeen hinta $7e$ /oikean välityspalkkion jälkeen $(951e)/A$ hinta $3e$ ja joten 317 A-osaketta	3
	C-osakeen hinta $2,8e$ /oikean välityspalkkion jälkeen $883,60$ euroa	2
	Osakkeiden hinnoista voi saada max 3 p., ellei ratkaisusta ilmene myös miten hinta vaikuttaa määrään. Tätä sovelletaan, jos ratkaisussa on esimerkiksi pelkkä taulukko hinnoista, tai määriä on laskettu mallilla $3 \cdot 996 = 2988$ B-osaketta, tms. Välityspalkkio puuttuu/otettu kaikki palkkiot lopussa Välityspalkkio joka kohdassa $4e$ Alkupääoma 1004	max 8 max 9 max 12
8.	• Kulmakertoimen ja derivaatan yhteys ilmenee $p'(x) = 3x^2 + 5$ / joten $p'(1) = 8$.	1 2+2
	• Piste (1,6) kautta kulkevan suoran yhtälö on muotoa $y - 6 = k(x - 1)$	4
	Sijoitettu k :n paikalle $p'(1)$:n arvo	2
	$y = 8x - 2$.	1
	1 ja 6 väärin päin	max 9
Jos $y = 8x - 2$ ilmestyy ilman, että se on yhdistetty derivaattaan, niin pisteet pelkästään derivaatta-rivistä (Erityisesti pelkkä vastaus 0 p)	max 4	
9.1.	$\overline{AE} = \overline{b} + \frac{1}{2}\overline{a}$, koska $DC = AB$ ja $AE = AD + \frac{1}{2}DC$ TAI muu perustelu esim. suunnikas	4 (2)+2
	$\overline{BD} = \overline{b} - \overline{a}$,	4
9.2.	Yhden nopanheiton odotusarvo on $\frac{13}{2}$.	3
	Summan odotusarvo on siten $2 \cdot \frac{13}{2} = 13$	3
	Yhden nopanheiton varianssi $\frac{143}{12}$	2
	ja varianssi $2 \cdot \frac{143}{12} = \frac{143}{6}$, josta edelleen keskihajonta $\sqrt{143/6} \approx 4,88193 \dots$	2+2
	TAI	
	12×12 taulukko	4
	Odotusarvo 13 ja selvitys, millä käskyllä/menetelmällä tuotettu	2+2
	Keskihajonta $4,88193 \dots$ ja selvitys, millä käskyllä/menetelmällä tuotettu	2+2
Otoskeskihajonta ($\approx 4,899$)	max 12	
$12 \times 12 = 144$ (alkeistapausta)	1	

B2-osa

10.	<p>Koska kaikki perheenjäsenet vanhenevat, niin keski-ikä on pienimmillään, kun Matti ja Maija menivät naimisiin tai heti jonkun lapsen syntymän jälkeen. Iät kun he menivät naimisiin: 23 ja 21. (Keskiarvo: 22) Jokin keskiarvo laskettu oikein Iät kun ensimmäinen lapsi syntyy: 25, 23 ja 0. Keskiarvo: 16 Iät kun toinen lapsi syntyy: 29, 27, 4 ja 0. Keskiarvo: 15 Iät kun kolmas lapsi syntyy: 33, 31, 8, 4 ja 0. Keskiarvo: 15,2 Iät kun neljäs lapsi syntyy: 37, 35, 12, 8, 4 ja 0. Keskiarvo: 16 Keski-ikä on siis pienimmillään 15 vuotta, kun toinen lapsi syntyy.</p>	<p>2 1 1 1 1 1 1 1 1 1</p>
	<p>Ensimmäiset 2 pistettä joko aukikirjoitettu tai ilmenee siitä, että laskettu vain yllä esitetyt iät. Taulukoitu kaikki kokonaislukuarvot ilman mainintaa, että neljännen lapsen syntymän jälkeen keskiarvo aina kasvaa Vain oikeat keskiarvot ja oikea vastaus Tyyppivirhe: keskiarvot laskettu $n - 1$:llä kun yksi numero on 0 \Rightarrow 4 keskiarvoa väärin Tyyppivirhe: lapsi syntyy 1-vuotiaana \Rightarrow 4 luetteloa väärin</p>	<p>max 10 2 max 8 max 8</p>
11.	<p>$x_2 = \frac{1}{2}(3 + \frac{5}{3}) = \frac{7}{3} = 2,333\dots$ $x_2/\sqrt{5} = 1,043498389499\dots$ eli Ilpon tulos on 4,3 prosenttia liian suuri. $x_3 = \frac{47}{21} = 2,238095\dots$ $x_4 = \frac{2207}{987} = 2,236068\dots$ $x_4/\sqrt{5} = 1,000000410606\dots$ eli Simon tulos on 0,000041 prosenttia liian suuri. • Edellä mainitut operaatiot suoritettu riittävällä tarkkuudella ja vastaus välillä 0,000001–0,0001 prosenttia. Tarkkuuspisteen voi saada, vaikka vertailu olisi väärin päin.</p>	<p>2 1+1 1 1 1 1+1 2 1</p>
	<p>Jos x_n väärin (esim. $x_n = n$), voi saada vielä pisteet oikein päin tehdystä vertailusta $x_2/\sqrt{5}$ ja $x_4/\sqrt{5}$ Riittää kun x_n:lle näkyy joko murtoluku tai desimaaliluku, molempia ei vaadita</p>	<p>max 2</p>

12.	Marmeladipalan tilavuus on verrannollinen säteen neliöön.	1
	Kun säde puolittuu, niin tilavuus pienenee neljäsosaan alkuperäisestä.	2
	Yhtä paljon marmeladia saa syömällä nelinkertaisen määrän eli 12 pientä palaa.	1
	TAI	
	Pienen palan säde r ja tilavuus $\pi r^2 h$	1
	Ison palan säde $2r$ ja tilavuus $4\pi r^2 h$	2
	$3 \cdot 4\pi r^2 h / (\pi r^2 h) = 12$	1
	Käytetty kiinteitä lukuarvoja (r , h tai molemmat)	-1
	Perunan tilavuus on verrannollinen halkaisijan kolmanteen potenssiin.	1
	Kun halkaisija on 0,6-kertainen, niin tilavuus pienenee $(0,6)^3$ -osaan alkuperäisestä.	3
	Yhtä paljon perunaa saa syömällä noin 9 ja yksi neljäsosa pientä perunaa TAI 9 TAI 10.	2
	Käytetty tiettyä muotoa (ja sädettä) esim. palloa	max 4
13.	Musiikkikappaleen esitysaika ei riipu kuoron koosta (se on verrannollinen kuoron koon nollanteen potenssiin).	1
	Aikaa kuluu siten noin 7 minuuttia ja 40 sekuntia.	1
	TAI	
	Muu järkevä perustelu, joka voi johtaa myös muuhun esityspituuteen	max 2
	Tyypvirhe: suora verrannollisuus (ellei muita ansioita)	0
15–64-vuotiaiden määrät saadaan kertomalla väkiluku vastaavalla prosenttiosuudella (liite rivi 9).	2	
Mallien sovituksen voi tehdä esimerkiksi taulukkolaskentaohjelmalla (liite):		
Lineaarinen malli on $y = 17,33x - 31\,290$ (tuhatta ihmistä).	2	
Toisen asteen malli on $y = -0,06702x^2 + 279,3x - 288\,200$ (tuhatta ihmistä).	3	
Lineaarisen mallin ennusteet vuosille 2035 ja 2350 ovat 3 988 000 ja 9 449 000.	1	
Toisen asteen mallin ennusteet vuosille 2035 ja 2350 ovat 3 730 000 ja -699 900.	1	
Kummankin mallin ennuste vuodelle 2035 vaikuttaa mielekkäältä TAI järkevä perustelu, miksi toinen malli on vuonna 2035 parempi	1	
Lineaarisen mallin ennuste vuodelle 2350 vaikuttaa suurelta TAI mahdolliselta	1	
Toisen asteen mallin ennuste vuodelle 2350 on ilmeisen järjetön, sillä ihmisten lukumäärä ei voi olla negatiivinen.	1	
https://www.ylioppilastutkinto.fi/images/sivuston_tiedostot/Hyv_vast_piirt/FI_2019_S/n13_fi.ods		
Yksikkö (tuhatta ihmistä) puuttuu, ensimmäisestä rivistä max 1 p., jälkimmäisistä 5 rivistä max 4 p.	max 10	
Jos malli on sovitettu vähän väärin, -1 p. per malli		
Jos malli näkyy ainoastaan kuvassa ilman lausekkeita, -1 p. per malli		